ثانوية سلمان الفارسي بنين

مذكرة الصف الثاني عشر علمي

مادة الرياضيات

أسئلة امتحانات وإجاباتها النموذجية

الفترة الأولى

العام الدراسي 2022-2021

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان:11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

(7 درجات)

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b)   أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \dfrac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$

(7 درجات)

الحل :

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

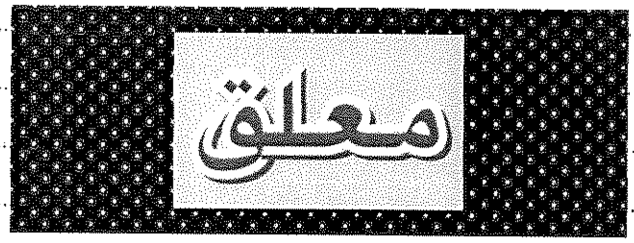
الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b)   بين أن الدالة f : $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

على الفترة $\left[\frac{1}{2}\,, 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تتنبأ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل :   (7 درجات)



السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : \quad x \le 2 \\ 4x-3 & : \quad x > 2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : $S = 7$, $\bar{x} = 40$, $n = 20$ (6 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

معلق

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت $= 5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ [redacted] $\frac{dy}{dx} =$

(3) أكبر مساحة لمستطيل [redacted] العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته $12-x^2$

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ [redacted] 2.

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\lim\limits_{x\to-3} \frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $\quad (b)\ -3$ $\quad (c)\ 0$ $\quad (d)\ 9$

(6) لتكن الدالة f : $g(x) = x^2-3, f(x) = \sqrt{x^2+7}$ فإن $(f\circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $\quad (b)\ -1$ $\quad (c)\ 4$ $\quad (d)\ -4$

(7) إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\,,\ b$ هي

$(a)\ a=0\,, b=6$ $\quad (b)\ a=0\,, b=-6$

$(c)\ a=6\,, b=0$ $\quad (d)\ a=-6\,, b=0$

(8) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ $\quad (b)\ (5,\infty)$ $\quad (c)\ R$ $\quad (d)\ (-5,5)$

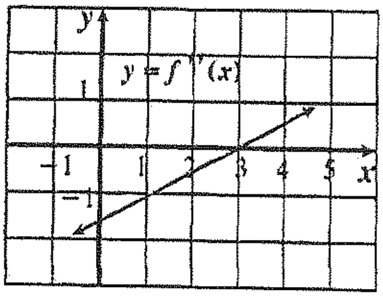
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

$(a)\ \ f(x) = x^3 + 5x$ $(b)\ \ f(x) = 4x^2 - 2x^4$

$(c)\ \ f(x) = x^3$ $(d)\ \ f(x) = (x-2)^4$

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من [redacted] المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى [redacted]



$(b)\ \ (3,\infty)$

$(c)\ \ (-1,4)$ $(d)\ \ (3,5)$

---

(11) الدالة k : $k(x) = -|x^2-4|$ لها [redacted]

(a) نقطتان حرجتان فقط   قيمة صغرى مط[redacted]

(c) قيمة عظمى مطلقة (d) ليس أيا مما سبق

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب (b) ركن

(c) مماس عمودي (d) غير متصلة

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

$(a)\ -5$ $(b)\ \dfrac{-1}{5}$ $(c)\ \dfrac{1}{5}$ $(d)\ 5$

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو

$(a)\ \{1\}$ $(b)\ [1,\infty)$ $(c)\ \mathbb{R}$ $(d)\ \mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

$\frac{\quad}{14}$

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان: 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x}$ (7 درجات)

الحل :

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2}{1-\cos x}\cdot\dfrac{1+\cos x}{1+\cos x}\right)$	1
$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}\right)$	1
$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\left(\dfrac{x^2}{\sin^2 x}\right)\cdot(1+\cos x)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot(1+\cos x)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot \lim\limits_{x\to 0}(1+\cos x)$	$\frac{1}{2}$
$= \left(\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\left(\lim\limits_{x\to 0}(1) + \lim\limits_{x\to 0}\cos x\right)$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= (1)^2 \times (1+1)$	1
$= 1 \times 2 = 2$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

1 $$\frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \dfrac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \dfrac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

1 $$\therefore f(x) = \begin{cases} x - 3 & : x > 0 \\ -x + 3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

$$f(0) = -3$$

1 $$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x - 3) = -3$$

1 $$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (-x + 3) = 3$$

1 $$\because \lim_{x \to 0^+} f(x) \neq \lim_{x \to 0^-} f(x)$$

1 $\therefore \lim_{x \to 0} f(x)$ ليست موجودة

1 $\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = 0$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$ (7 درجات)

الحل:

بفرض أن $f(x) = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}} \qquad 1$$

$$= \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \qquad \frac{1}{2}$$

عندما $x > 0$ يكون $|x| = x$

$$= \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

بشرط $x \neq 0$

$$= \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= 1+0-0 = 1 \quad , \quad 1 > 0 \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \quad , 1 \neq 0 \qquad 1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} = 1-0 = 1 \qquad \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{1} = 1 \qquad \frac{1}{2}$$

الكنترول العلمي - وزارة التربية - CONTROL

وزارة التربية - التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{8}{4+x^2}\right)$$

2 $$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+\ x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+\ x^2)^2}$$

1 $$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \left[\frac{-16x}{(4+\ x^2)^2}\right]_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+\ (2)^2)^2} = \frac{-1}{2}$$

1 ميل المماس لمنحنى الدالة يساوي $\frac{-1}{2}$

1 $$\because x = 2 \quad , \quad \therefore y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1$$

1 معادلة المماس لمنحنى الدالة : $y - y_1 = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} \cdot \ (x - x_1)$

1 $$y - 1 = \left(\frac{-1}{2}\right)(x-2)$$

$$y - 1 = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$y = \frac{-1}{2}x + 2$$

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1) $\because$ f دالة كثيرة الحدود

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$

$\frac{1}{2}$ نوجد النقاط الحرجة : $f'(x) = 3x^2 - 12$

$f'(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $x = 2 \ , x = -2$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي :

$\frac{1}{2}$ $(-2, f(-2)) = (-2, 11)$

$\frac{1}{2}$ $(2, f(2)) = (2, -21)$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

$-\infty \quad -2 \quad 2 \quad \infty$

الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	$+++$	$---$	$+++$
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

1

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ و الفترة $(2, \infty)$

$\frac{1}{2}$ و متناقصة على الفترة $(-2, 2)$

$\frac{1}{2}$ (3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي $f(-2) = 11$

$\frac{1}{2}$ توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي $f(2) = -21$

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل :

(7 درجات)

لتكن الدالة g : $g(x) = x$

$\frac{1}{2}$ الدالة g دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$

الدالة h : $h(x) = \frac{1}{x}$

$\frac{1}{2}$ الدالة h حدودية نسبية متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$

$\frac{1}{2}$ ∴ دالة الجمع f حيث $f(x) = g(x) + h(x)$ هي دالة متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$

$\frac{1}{2}$ ∴ الدالة f متصلة على $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ و قابلة للاشتقاق على $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

$\frac{1}{2}$ ∴ شروط نظري [redacted]

$\frac{1}{2}$ ∴ يوجد على الأقل $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ بحيث $f'(c) = \frac{\text{[redacted]}}{b-a}$

$$= \frac{f(2) - f(\frac{1}{2})}{2 - \frac{1}{2}}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $f(2) = \frac{5}{2} \quad , f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}$ $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \longrightarrow f'(c) = 1 - \frac{1}{c^2}$

1 $1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \longrightarrow \quad 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \qquad \therefore c^2 = 1 \Longrightarrow c = \pm 1$

1 $c = 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right) \quad , \qquad c = -1 \notin \left(\frac{1}{2}, 2\right)$

$\frac{1}{2}$ التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 1$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ، $\left(2, \frac{5}{2}\right)$

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : x\le 2 \\ 4x-3 & : x>2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

الدرجة	
$\frac{1}{2}$	مجال الدالة : $D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$
$\frac{1}{2}$	$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<2 \\ \text{تبحث} & : x=2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$
$\frac{1}{2}$	$f(2)=2^2+1=5$
$\frac{1}{2}$	(إن وجدت) $f'_{-}(2)=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$
$\frac{1}{2}$	$=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x^2+1-5}{x-2}$
$\frac{1}{2}$	$=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2}$
1	$=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}(x+2)=4$
$\frac{1}{2}$	(إن وجدت) $f'_{+}(2)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$
$\frac{1}{2}$	$=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{4x-3-5}{x-2}$
$\frac{1}{2}$	$=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{4x-8}{x-2}$
1	$=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{4(x-2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}4=4$
$\frac{1}{2}$	$f'_{-}(2)=f'_{+}(2)=4$
$\frac{1}{2}$	$\therefore f'(2)=4$
$\frac{1}{2}$	$\therefore\ f'(x)=\begin{cases} 2x & : x\le 2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : $n = 20 \ , \quad \bar{x} = 40 \ , \quad S = 7$ (6 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

$n = 20 \ , \quad \bar{x} = 40 \ , \quad S = 7$

(1) صياغة الفروض :

$H_0 : \mu = 35$ مقابل $H_1 : \mu \neq 35$ — $\frac{1}{2}$

(2) $\because \sigma$ غير معلومة ، $n < 30$ — $\frac{1}{2}$

نستخدم المقياس [redacted] — $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$

(3) $\because n = 20$ درجات الحرية $n - 1 = 20 - 1 = 19$ — $\frac{1}{2}$

مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t : $\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$ — $\frac{1}{2}$

(4) منطقة القبول هي : $(-2.093 \ , 2.093)$ — $\frac{1}{2}$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي : $\because 3.194 \notin (-2.093 \ , 2.093)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ القرارنرفض فرض العدم $\mu = 35$ و نقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$ — $\frac{1}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت [redacted] $= 5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx} =$ [redacted]

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدت[redacted]أساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته [redacted] $= 12 - x^2$ [redacted]

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ [redacted]

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

---

(5) $\lim\limits_{x \to -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $(b)\ -3$ $(c)\ 0$ $(d)\ 9$

---

(6) لتكن الدالة f : $g(x) = x^2 - 3, f(x) = \sqrt{x^2+7}$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 4$ $(d)\ -4$

---

(7) إذا كان $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\ ,\ b$ هي

$(a)\ \ a = 0, b = 6$ $(b)\ \ a = 0, b = -6$

$(c)\ \ a = 6, b = 0$ $(d)\ \ a = -6, b = 0$

---

(8) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ $(b)\ (5, \infty)$ $(c)\ R$ $(d)\ (-5,5)$

---

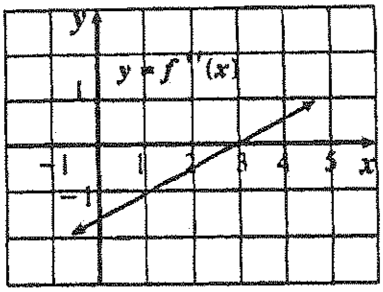
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

$(a)\ \ f(x) = x^3 + 5x$ $\qquad$ $(b)\ \ f(x) = 4x^2 - 2x^4$

$(c)\ \ f(x) = x^3$ $\qquad$ $(d)\ \ f(x) = (x-2)^4$

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة و الشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن [redacted] ترة



[redacted] $\qquad$ $(b)\ \ (3,\infty)$

$(c)\ \ (-1,4)$ $\qquad$ $(d)\ \ (3,5)$

---

(11) الدالة k : [redacted] $-|x^2-4|$

قيمة صغرى

(a) نقطتان حرجتان فقط

(c) قيمة عظمى مطلقة $\qquad$ (d) ليس أيا مما سبق

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب $\qquad$ (b) ركن

(c) مماس عمودي $\qquad$ (d) غير متصلة

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

$(a)\ -5$ $\qquad$ $(b)\ \frac{-1}{5}$ $\qquad$ $(c)\ \frac{1}{5}$ $\qquad$ $(d)\ 5$

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو

$(a)\ \{1\}$ $\qquad$ $(b)\ [1,\infty)$ $\qquad$ $(c)\ \mathbb{R}$ $\qquad$ $(d)\ \mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	■	(c)	(d)
(2)	■	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	■	(c)	(d)
(4)	■	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	■
(6)	(a)	(b)	■	(d)
(7)	■	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	■	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	■
(10)	■	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	■	(d)
(12)	(a)	■	(c)	(d)
(13)	■	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	■	(d)

14

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
الموجه الفني العام للرياضيات

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 13 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

(6 درجات)

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \;,\quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0, 1)$

14

السؤال الثاني :

(7 درجات)

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1 , 1]$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن $\quad y' = (y \, . \csc x)^2$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بيانها (9 درجات)

تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

القسم الثاني (البنود الموضوعية) .

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2}=3$

---

(2) إذا كانت $a=-3\ ,\ b=-2$ فإن $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{ax^3+bx^2+4}{3x^2-2x+1}=-1$

---

(3) الدالة f : $f(x)=x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall x\in\mathbb{R}$

---

(4) الدالة f: $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ تحقق شرو [redacted] معلق الفترة $[-1,2]$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{2x-1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\dfrac{3}{2}$ $(b)\ \dfrac{3}{2}$ $(c)\ -3$ $(d)\ 3$

---

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x)=\dfrac{2}{x}$ عند $x=-2$ هي :

$(a)\ -2$ $(b)\ \dfrac{-1}{2}$ $(c)\ \dfrac{1}{2}$ $(d)\ 2$

---

(7) للدالة f : $f(x) = -3x + 1$ قيمة عظمى مطلقة في $[0, 3]$ عند

(a) $x = 3$ (b) $x = 1$ (c) $x = 0$ (d) $x = -8$

---

(8) الدالة f : $f(x) = \frac{x+1}{25 - x^2}$ متصلة على :

(a) $\mathbb{R}$ (b) $[-5, 5]$

(c) $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$ (d) $(-\infty, 25)$

---

(9) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \to -2}(x^2 + f(x)) = 7$ ،

فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

---

(10) إذا كان $x^2 + y^2 = 25$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\frac{x}{y}$ (b) $\frac{-x}{y}$ (c) $2x + 2y$ (d) $-x$

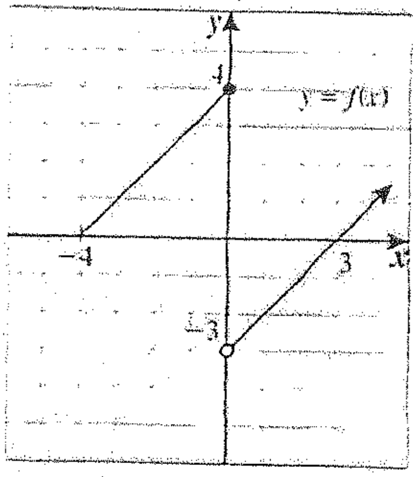
---

(11) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^2 - 9x - 4$ على الفترة $(-2, 0)$ هو :

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

---

(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة f فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



$(a)\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = 4$

$(b)\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = 4$

$(c)\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = -3$

$(d)\ \lim_{x\to 0} f(x) = -3$

---

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً للأسفل في $(-1\,,1)$:

$(a)\ f(x) = x^3$ $\qquad$ $(b)\ f(x) = -x^3$

$(c)\ f(x) = x^2$ $\qquad$ $(d)\ f(x) = -x^2$

---

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة $(-1.96\,,1.96)$ فإن قيمة الإختبار Z يمكن أن [redacted]

$(a)\ -2.5$ $\qquad$ $(b)\ -2$ [redacted] $\qquad$ $(d)\ 1.99$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (6 درجات)

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2-9}{x^2-2x}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$\frac{(x+1)^2-9}{x^2-2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$	$1+\frac{1}{2}$
$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= \frac{x+4}{x} \quad , \quad x \neq 2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore \lim_{x\to 2}\frac{(x+1)^2-9}{x^2-2x} = \lim_{x\to 2}\frac{x+4}{x}$	$\frac{1}{2}$
$\because \lim_{x\to 2} x = 2 \quad , \quad 2 \neq 0$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore \lim_{x\to 2}\frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x\to 2}(x+4)}{\lim_{x\to 2} x}$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{2+4}{2} = 3$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :　　　　(8 درجات)

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \quad , \quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0,1)$

الحل :

(1)

1　$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)).f'(x)$

1　$g'(x) = 3x^2$

1　$g'(f(x)) = 3(2x+1)^2$

1　$f'(x) = 2$

$(g \circ f)'(x) = 3(2x+1)^2 \; (2)$

1　$= 6(2x+1)^2$

(2) ميل المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند $x = 0$

1　$(g \circ f)'(0) = 6(0+1)^2 = 6$

$\therefore$ معادلة المماس هي :

$\frac{1}{2}$　$y - y_1 = m(x - x_1)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$　$y - 1 = 6(x - 0)$

$6x - y + 1 = 0$

14

السؤال الثاني :

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1\ ,\ 1]$

الحل :

نفرض أن

$\frac{1}{2}$ $f(x) = \sqrt{g(x)}$ ، $g(x) = x^2 - 7x + 10$

$\frac{1}{2}$ $D_f = \{ x : g(x) \geq 0 \}$

$\frac{1}{2}$ $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة :

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

1 $x = 2 \quad , x = 5$

$$\begin{array}{ccccc} ++ & 0 & --- & 0 & ++ \\ \hline & 2 & & 5 & \end{array}$$

1 ∴ مجال الدالة f هو $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-1, 1]$

$\frac{1}{2}$ $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

$\frac{1}{2}$ ∵ $[-1, 1]$ مجموعة جزئية من D_f

1 $\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 1]$ (1)

1 (2) الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ متصلة على $[-1, 1]$

من (1) و (2)

$\frac{1}{2}$ ∴ الدالة f متصلة على $[-1\ ,\ 1]$

تابع السؤال الثاني: (7 درجات)

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن $y' = (y \, . \csc x)^2$

الحل :

$$y' = \frac{(\sin x)'\,(\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$
$$= \frac{\cos x\ (\sin x + \cos x) - \sin x\,(\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

1
$$= \frac{\cos x \, . \sin x + \cos^2 x - \sin x . \cos x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

1
$$(y \, . \csc x)^2 = \left(\frac{\sin x}{(\sin x + \cos x)} \cdot \frac{1}{\sin x}\right)^2$$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= y'$$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-5}{\sqrt{x^2-\ 2x-3}}$$

(8 درجات)

الحل :

الدرجة	الحل
	$f(x)=\dfrac{x-5}{\sqrt{x^2-\ 2x-3}}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$=\dfrac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}}$
$\frac{1}{2}$	$=\dfrac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\lvert x\rvert\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$ $\qquad \lvert x\rvert = x \ : \ x>0$
$\frac{1}{2}$	$=\dfrac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{x\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$
$\frac{1}{2}$	$=\dfrac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$ $\qquad : \ x\neq 0$
$1+\frac{1}{2}$	$\because \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2} = 1-0-0=1 \quad ,1>0$
$1+\frac{1}{2}$	$\therefore \lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad ,1\neq 0$
1	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}=1-0=1$
$1\frac{1}{2}$	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}=\dfrac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}=\dfrac{1}{1}=1$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

الحل :

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو x وطول البعد الثاني y

المحيط $= 2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$ $\quad \frac{1}{2}$

$4 = x + y \quad \rightarrow y = 4 - x$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore$ طول البعد الثاني للمستطيل هو $4 - x$

x لا يمكن أن تزيد على 4 أي : $0 < x < 4$ $\quad \frac{1}{2}$

مساحة المستطيل = حاص ضرب البعدين

$s(x) = x\,.(4 - x)$ $\quad \frac{1}{2}$

$= 4x - x^2$

$s'(x) = 4 - 2x$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

نضع $s'(x)$

$4 - 2x = 0$

$x = 2 \in (0, 4)$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore$ $(2, s(2))$ نقطة حرجة

$s''(x) = -2 \quad , \quad -2 < 0$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore$ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

$\therefore$ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند $x = 2$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore$ البعد الأول للمستطيل هو $x = 2\ cm$

والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2\ cm$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

المستطيل يصبح مربع لأن بعداه متساويان

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$
ثم ارسم بيانها **(9 درجات)**

الحل :

$\frac{1}{2}$ — f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\frac{1}{2}$ —
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 2x^3 = -\infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} 2x^3 = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للإشتقاق على مجالها

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ — $f'(x) = 6x^2 + 6x$

$\frac{1}{2}$ — نضع $f'(x) = 0$

$6x^2 + 6x = 0$

$6x(x+1) = 0$

$6x = 0 \to x = 0$ أو $x + 1 = 0 \to x = -1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ — $f(0) = -1$, $f(-1) = 0$

النقاط الحرجة $(0 , -1)$, $(-1 , 0)$

نكون جدول التغير لدراسة اشارة f'

$-\infty$ — -1 — 0 — ∞

$1\frac{1}{2}$

الفترات	$(-\infty , -1)$	$(-1 , 0)$	$(0 , \infty)$
اشارة f'	+ + + +	- - - -	+ + + +
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

الدالة f متزايدة في الفترة $(-\infty , -1)$ والفترة $(0 , \infty)$

الدالة f متناقصة في الفترة $(-1 , 0)$

للدالة f قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$

$\frac{1}{2}$ — $f''(x) = 12x + 6$

نضع

$f''(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ — $12x + 6 = 0 \to x = \frac{-1}{2}$

1

$$-\infty \qquad -\frac{1}{2} \qquad \infty$$

الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
إشارة f''	− − −	+ + +
التقعر	$\frown$	$\smile$

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $\left(-\infty , -\frac{1}{2}\right)$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

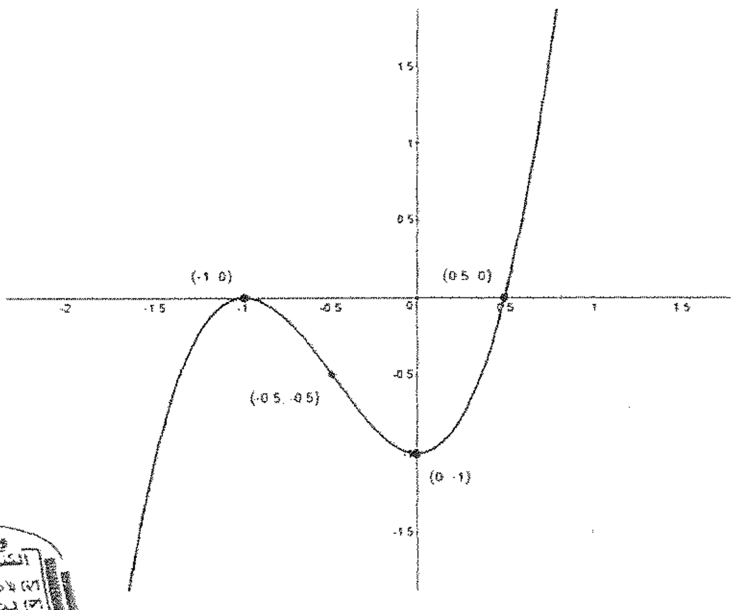
$\frac{1}{2}$

$\therefore \left(-\frac{1}{2} , -\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف

نقاط اضافية

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	4

$1\frac{1}{2}$



تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

1) $\because$ مستوى الثقة 95%

1 $\therefore$ القيمة الحرجة : نستخدم توزيع $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

نلاحظ أن σ معلومة

$\because n = 40 \quad , \quad \sigma = 12.5 \quad , \quad \bar{x} = 76.3$

1 هامش ال[redacted] $\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}}$ [redacted]

1 $= (1.96)$ [redacted]

$\therefore$ هامش الخطأ ≈ 3.8738

2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E \, , \bar{x} + E)$

2 $= (76.3 - 3.8738 \quad , \quad 76.3 + 3.8738)$

$= (72.4262 \quad , \quad 80.1738)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3$

---

(2) إذا كانت $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$ فإن $a = -3 \,,\, b = -2$

---

(3) الدالة f : $f(x) = x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$

---

(4) الدالة f: $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ [redacted] متوسطة في الفترة $[-1\,,2]$

ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2x - 1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\dfrac{3}{2}$ $\qquad (b)\ \dfrac{3}{2}$ $\qquad (c)\ -3$ $\qquad (d)\ 3$

---

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{x}$ عند $x = -2$ هي :

$(a)\ -2$ $\qquad (b)\ \dfrac{-1}{2}$ $\qquad (c)\ \dfrac{1}{2}$ $\qquad (d)\ 2$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	**(a)**	(b)		
(2)	(a)	**(b)**		
(3)	**(a)**	(b)		
(4)	(a)	**(b)**		
(5)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(7)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(8)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(9)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(12)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(14)	(a)	(b)	**(c)**	(d)

الدرجة: ....

14

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة   الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلـة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - cosx}$$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (3 ، 1)

الحل :

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

الحل :

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

14

(9 درجات)

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$
ثم ارسم بيانها

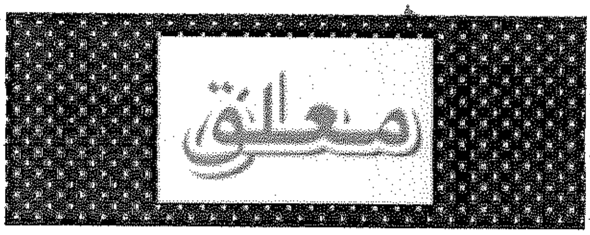
الحل :

تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ،
استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ
2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :



14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2, 2]$ (7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

معلق

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$$

---

(2) متوسط عمر الإطارات في [redacted] من خلال دراسة لعينة عشوائية تبيّن أن المتوسط الحسابي [redacted] معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 2$ [redacted]

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(3) [redacted] $)^5 =$

(a) 0 (b) 2 (c) $-\infty$ (d) ∞

---

(4) لتكن $y = |x|$ فإن الدالة y

(a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط
(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط
(c) لها قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة
(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

---

(5) ليكن منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقياً هي :

(a) $(3,0)$ (b) $(1,0)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(2,1)$

---

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x < 2 \end{cases}$ فإن

(a) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 4$ (c) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x = 2$

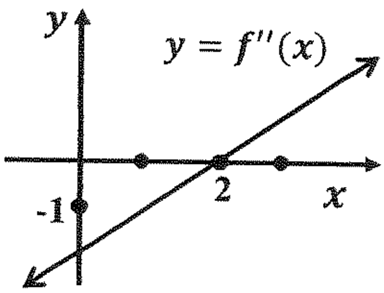
---

(7) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 1$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 1$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\dfrac{1}{g(x)}$ (c) $\dfrac{g(x)}{x-1}$ (d) $|g(x)|$

---

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعراً لأسفل في الفترة



(a) $(-\infty, 2)$ (b) $(0, \infty)$ (c) $(0, 2)$ (d) $(2, \infty)$

---

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

---

(10) إذا كانت $y = sin^{-5}x - cos^3x$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$ (b) $5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$

(c) $-5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$ (d) $-5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م

المجال الدراسي : الرياضيات — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة — الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

(7 درجات)

الحل :

$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{1-\cos x}\cdot\frac{1+\cos x}{1+\cos x}\right)$	1
$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}$	$\frac{1}{2}$
$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\sin^2 x}\cdot(1+\cos x)$	1
$= \lim_{x\to 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x}\right)^2\cdot(1+\cos x)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\lim_{x\to 0}(1+\cos x)$	1
$= \left(\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\left(\lim_{x\to 0} 1+\lim_{x\to 0}\cos x\right)$	$1\frac{1}{2}$
$= (1)^2\cdot(1+1)$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= 2$	$\frac{1}{2}$

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

$$2y^{\frac{1}{2}} + y = x$$ $\frac{1}{2}$

بالاشتقاق الضمني

$$2 \cdot \frac{1}{2} y^{\frac{-1}{2}} y' + y' = 1$$ 3

$$\frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}} + y' = 1$$ $\frac{1}{2}$

$$y'\left(\frac{1}{\sqrt{y}} + 1\right) = 1$$ $\frac{1}{2}$

$$y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$$ $\frac{1}{2}$

$$y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$$ 1

بالتعويض بـ (1 ، 3)

$$\therefore\ y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$ 1

$\therefore$ ميل المماس $= \frac{1}{2}$

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

الحل :

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$$= \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x\,(1 + \frac{1}{x})}$$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{|x|\,\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x\,(1 + \frac{1}{x})}$$

$\frac{1}{2}$

عندما $x > 0$ يكون $|x| = x$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{x\,\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x\,(1 + \frac{1}{x})}$$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} \qquad : x \neq 0$$

1
$$\because \lim_{x\to\infty} (2 - \frac{1}{x}) = \lim_{x\to\infty} 2 - \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2 \quad , \quad 2 > 0$$

$\frac{1}{2}$
$$\therefore \lim_{x\to\infty} \sqrt{(2 - \frac{1}{x})} = \sqrt{\lim_{x\to\infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \sqrt{2}$$

1
$$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 \quad , \quad 1 \neq 0$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{(2 - \frac{1}{x})}}{(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\lim_{x\to\infty} \sqrt{(2 - \frac{1}{x})}}{\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

تابع السؤال الثاني: (7 درجات)

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

$\frac{1}{2}$ بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 20$

$\frac{1}{2}$ ∴ العدد الآخر هو $20 - x$

∴ حاصل ضربهما هو :

1 $f(x) = x\,(20 - x)$

$f(x) = 20\,x - x^2$

1 $f'(x) = 20 - 2x$

$\frac{1}{2}$ بوضع $f'(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 20 - 2\,x = 0$

$x = 10$

∴ توجد نقطة حرجة عند $x = 10$

1 $f''(x) = -2$

$\frac{1}{2}$ $f''(10) = -2\,, \quad -2 < 0$

$\frac{1}{2}$ ∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 10$

$\frac{1}{2}$ ∴ العدد الأول هو : $x = 10$

$\frac{1}{2}$ العدد الثاني هو : $20 - x = 20 - 10 = 10$

∴ العددان هما 10 و 10

14

(9 درجات)

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$
ثم ارسم بيانها

الحل :

$\frac{1}{2}$ f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

1 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

1 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$

$\frac{1}{2}$ نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها $\mathbb{R}$

$f'(x) = -3x^2$

$\frac{1}{2}$ نضع $f'(x) = 0$

$\therefore\ -3x^2 = 0$

$x = 0$

$\frac{1}{2}$ $f(0) = 1$

$\therefore$ $(0,1)$ نقطة حرجة

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f'

1

	$-\infty$	0	∞
إشارة f'	$---$		$---$
سلوك الدالة f	∞ متناقصة ↘		متناقصة ↘ $-\infty$

$\frac{1}{2}$ الدالة f متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$ وعلى الفترة $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f''

$f''(x) = -6x$

1 نضع $f''(x) = 0$

$-6x = 0 \ \rightarrow \ x = 0$

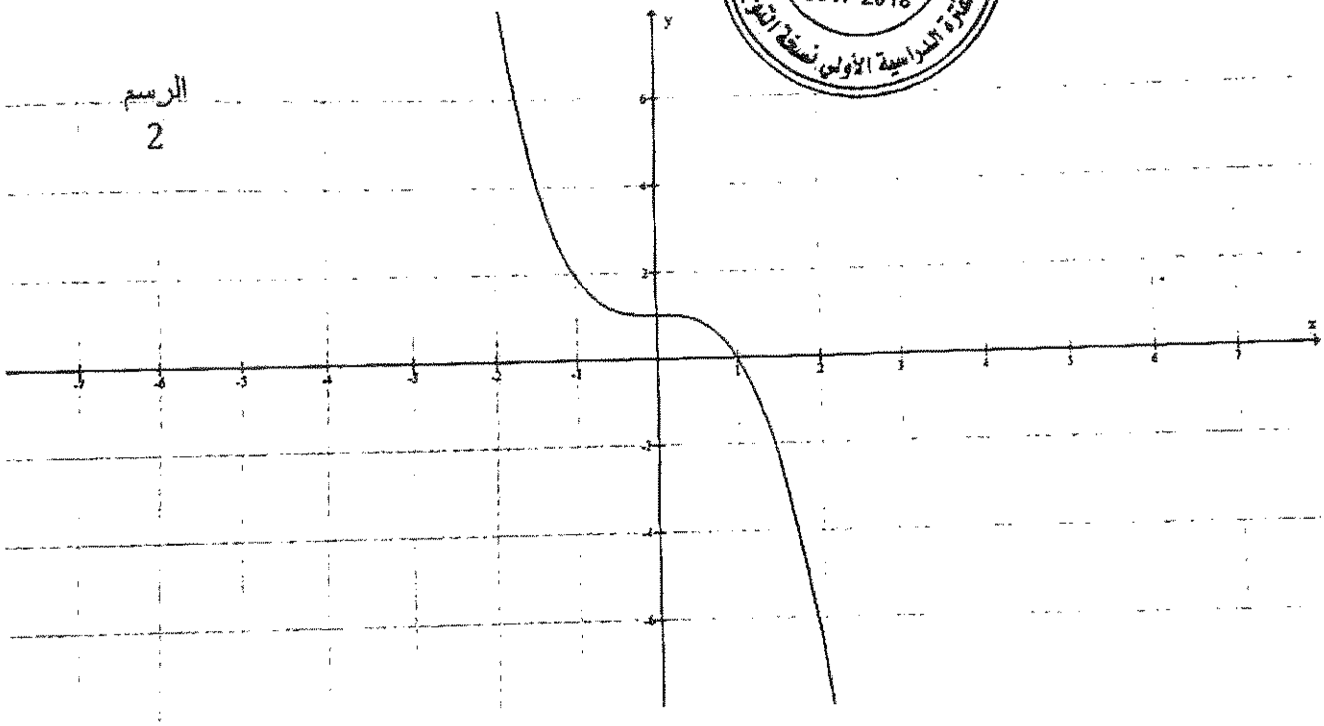
$f(0) = 1$

	$-\infty$	0	∞
إشارة f''	$+++$		$---$
التقعر	$\cup$ تقعر لأعلى		$\cap$ تقعر لأسفل

$\frac{1}{2}$ $(0,1)$ نقطة انعطاف

نقاط اختيارية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7



تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ($\bar{x}$) يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

1) $\because$ σ^2 غير معلوم ، $n \le 30$

$\therefore$ نستخدم توزيع t

$\because\ n = 25$

درجات الحرية

$\frac{1}{2}$ $n - 1 = 25 - 1 = 24$

$\because$ مستوى الثقة

$1 - \alpha =$ [redacted]

$\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha = 0.5$[redacted]

من جدول توزي[redacted]

1 $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2$[redacted]

هامش الخطأ :

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

1 $= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$

2) فترة الثقة :

$(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

2 $= (15 - 4.128 , 15 + 4.128)$

$= (10.872 , 19.128)$

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $\qquad f(x)=\sqrt{4-x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2,2]$

(7 درجات)

الحل :

بفرض أن $\quad f(x)=\sqrt{g(x)} \quad : \quad g(x)=4-x^2$ $\quad \frac{1}{2}$

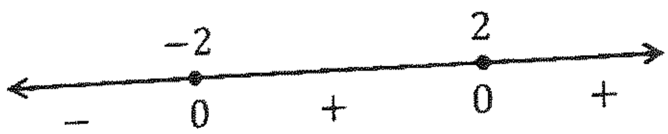
$D_f=\{x : g(x)\geq 0\}$ $\quad \frac{1}{2}$

$4-x^2\geq 0$ $\quad \frac{1}{2}$

المعادلة المناظرة $\quad 4-x^2=0$ $\quad \frac{1}{2}$

$(2-x)(2+x)=0$

$x=2$ أو $x=-2$ $\quad \frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$

مجال الدالة هو : $[-2,2]$ $\quad 1$

$\because \; g(x)\geq 0 \quad \forall x\in[-2,2]$ ، $\quad 1$

g متصلة على $[-2,2]$ $\quad 1$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $[-2,2]$ $\quad 1$

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x - \dfrac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

مجال f : $D_f = [2, \infty) \cup (-\infty, 2) = \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{4}{x^2} & : x > 2 \\ \text{نبحث} & : x = 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

$f(2) = 2 - 2 = 0$ $\frac{1}{2}$

إن وجدت $f'_-(2) = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ $\frac{1}{2}$

[redacted]

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{x - \frac{4}{x} - 0}{x - 2} = \lim_{x \to 2^+} \frac{x^2 - 4}{x(x-2)}$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)} = \lim_{x \to 2^+} \frac{x+2}{x} = 2 \ : \ \lim_{x \to 2^+} x = 2 \neq 0$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because f'_-(2) \neq f'_+(2)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore f'(2)$ غير موجودة

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{4}{x^2} & : x > 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

مجال f' هو $\mathbb{R} - \{2\}$ $\frac{1}{2}$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1.5 = ...

الدرجة: ....

دولــة الكويت
وزارة الـتربيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد : (6 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$$

الحل:

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$ (7 درجات)

الحل:

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$ (5 درجات)

ثم أوجد قيمة c التي تتنبىء بها النظرية

الحل:

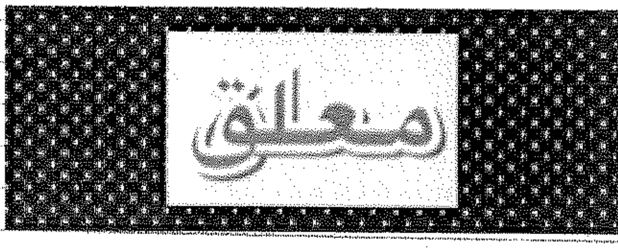
معلق

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$ ثم إرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:



معلق

الرسم البياني

السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل:

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1-2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة	
إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$	(1)
إذا كانت الداله f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$	(2)
ثانيا : في البنود $(3-10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :	

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

$(a)\ \infty$ $\qquad$ $(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$ $\qquad$ $(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين a,b هما :

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $\qquad$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $\qquad$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الداله المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $\qquad$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\frac{1}{x-2}$ $\qquad$ $(b)\ k(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

$(a)\ 0$ $\qquad$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $\qquad$ $(d)\ 4$

(7) الدالة f : $f(x) = |x^2 - 1|$ لها :

(a) قيمة صغرى مطلقة　　　(b) قيمة عظمى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط　　　(d) ليس أيا مما سبق

(8) إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متزايدة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

$(a)\ x = 0$　　　$(b)\ x = 1$

$(c)\ y = 0$　　　$(d)\ y = 1$

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\overline{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $3.125 =$ [redacted] تحت مستوى ثقة 95% يساوي

$(a)\ -9.6$

$(c)\ 9.6$　　　$(d)\ -6.9$

إنتهت الأسئلة ،،،

دولـــة الـكـويـت

وزارة الـتـربـيـة

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة عدد الصفحات 13 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل:

$$\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x\cos 4x}{5x} \qquad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x \quad , \quad x \neq 0 \qquad [0.5]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) = \frac{2}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{3x\cos 4x}{5x}\right) = \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\cos 4x = \frac{3}{5}(1) = \frac{3}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x\right) \qquad [0.5]$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}(\cos 4x) \qquad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \qquad [0.5]$$

(تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية)

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\frac{\sqrt{x^2(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2})}}{x(3-\frac{5}{x})} \qquad [1]$$

$$=\frac{|x|\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}$$ ، عندما $x<0$ يكون $|x|=-x$ [0.5]

$$=\frac{-x\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}=-\frac{\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}} \quad ,x\neq 0 \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=3-0+0=3 \;\; ,3>0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}=\sqrt{3} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}=3-0=3 \quad , \quad 3\neq 0 \qquad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}}$$

$$=\frac{-\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\lim\limits_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}=\frac{-\sqrt{3}}{3}=\frac{-1}{\sqrt{3}} \qquad [1.5]$$

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل :

$f(x) = x^2 - 3 \quad : \quad x \in (1,3)$

$\forall \ c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3$ [0.5]

$\lim\limits_{x \to c} f(x) = \lim\limits_{x \to c} (x^2 - 3) = c^2 - 3$ [0.5]

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3)$ [0.5]

[0.5] $\therefore$ f متصله على $(1,3)$ ....(1)

ندرس إتصال الداله f عند $x = 1$ من اليمين

$f(1) = -2$ [0.5]

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 1 - 3 = -2 = f(1)$ [0.5]

[0.5] الداله f متصله عند $x = 1$ من اليمين ....(2)

ندرس إتصال الداله f عند $x = 3$ من اليسار

$f(3) = 5$ [0.5]

$\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 3^-} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 9 - 3 = 6 \neq f(3)$ [0.5]

[0.5] الداله f غير متصله عند $x = 3$ من اليسار ....(3)

[1] من (1) ، (2) ، (3) f ليست متصله على $[1,3]$ و لكنها متصلة على $[1,3)$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كانت : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$ (7 درجات)

الحل:

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x\cos x \qquad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)' \qquad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x \qquad [1]$$

$$y'' + y - 2\cos x = 2\cos x - x\sin x + x\sin x - 2\cos x \qquad [1]$$

$$= 0 \qquad [0.5]$$

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$
تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$
ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية (5 درجات)

الحل:

[0.5] f دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0 , 4]$

[0.5] وقابلة للاشتقاق على $(0 , 4)$

0.5 ∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0 , 4]$ ∴ يوجد على الأقل $c \in (0 , 4)$ بحيث :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \qquad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{}$$

[redacted] [0.5] [0.5]

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad , f'(c) = 3c^2 - 3 \qquad \boxed{0.5}$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \qquad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \;\Rightarrow\; 3c^2 = 16 \Rightarrow \; c^2 = \frac{16}{3} \qquad [0.5]$$

$$\Rightarrow \quad c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \;\notin (0 , 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \;\in (0 , 4) \qquad [0.5]$$

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$
وارسم بيانها (9 درجات)

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^4) = -\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^4) = -\infty$ $\boxed{0.5}$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على $\mathbb{R}$ وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x) = 4x - 4x^3$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4$ [redacted] $- x)(1 + x) = 0$

$4x = 0 \Rightarrow x = 0$ [redacted]

$x = 1 \Rightarrow f(2) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$

$\therefore (1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$

$\therefore (-1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة f' : [2]

$-\infty$	-1	0	1	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+ + +	− − −	+ + +	− − −
سلوك الدالة f	↗↗	↘↘	↗↗	↘↘

من الجدول :

f متزايدة على كلا من الفترتين $(-\infty, -1)$, $(0,1)$ متناقصة على كلا من الفترتين $(1, \infty)$, $(-1,0)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمتها $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمتها $f(-1) = 6$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 6$

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 4 - 12\,x^2 \qquad [0.5]$$

نضع $f''(x) = 0$

$$4 - 12\,x^2 = 0 \Rightarrow 12\,x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \qquad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \qquad [0.5]$$

$-\infty$		$\frac{-1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad \infty$
الفترات	$(-\infty, \frac{-1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$
إشارة f''	$- + - + \; +$	$+ \; + \; +$	$+ \; + \; + \; - \; - \; -$
بيان الدالة f	[redacted]		

[1.5]

من الجدول نجد أنّ :

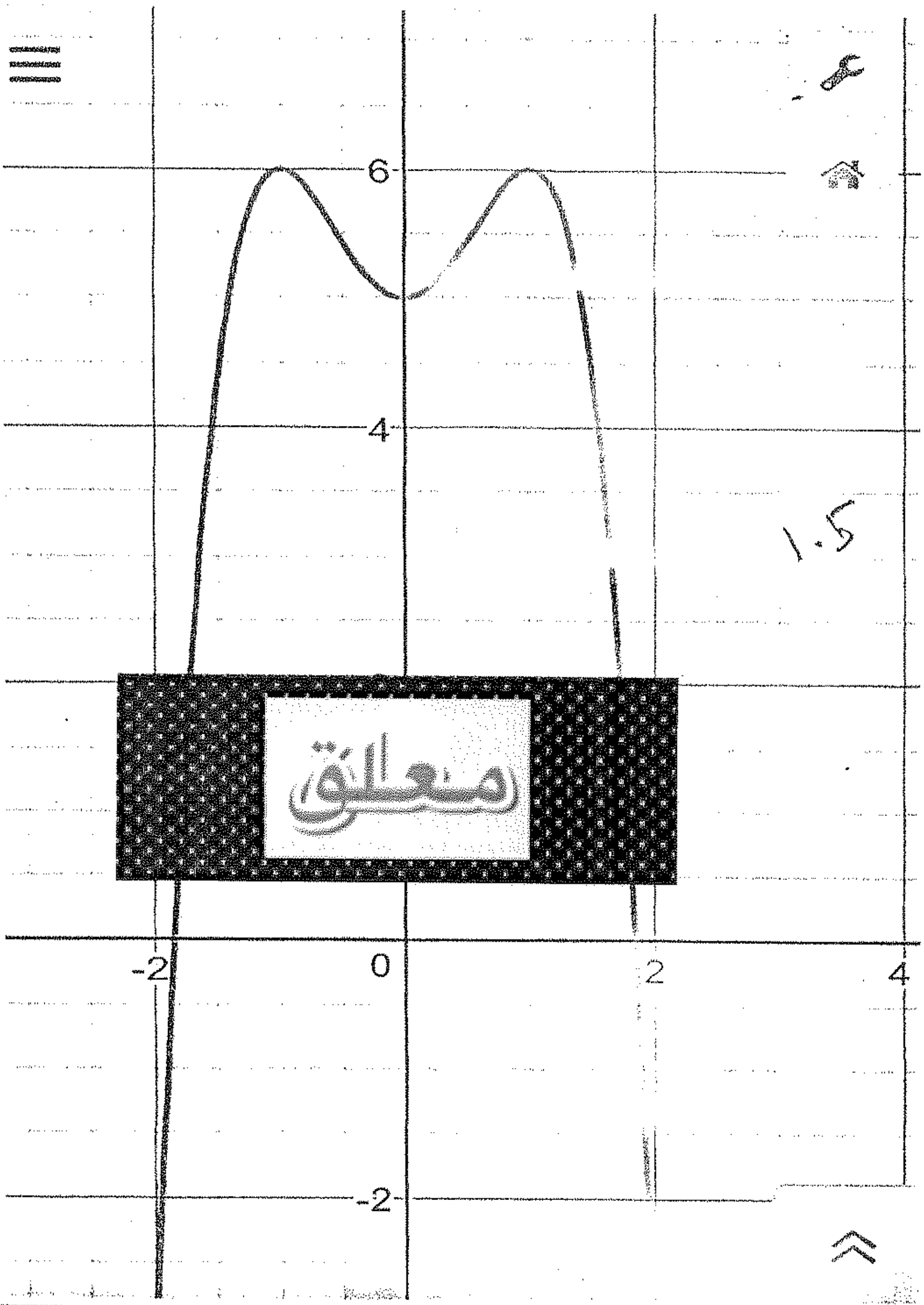
بيان الدالة f مقعر للأ [redacted]

بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

النقطة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9}\right)$ نقطة انعطاف

النقطة $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9}\right)$ نقطة انعطاف

ورقة الرسم البياني



1.5

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = \dfrac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x) = \frac{(x+2)\cdot(3x-4)' - (x+2)'.(3x-4)}{(x+2)^2}$$

1 1

$$= \frac{(x+2)\cdot(3) - (3x-4)\cdot(1)}{(x+2)^2} \qquad [3]$$

1

$$= \frac{10}{(x+2)^2} \qquad [1]$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \qquad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a)\,(x-a) \qquad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2}\,(x-0) \qquad [0.5]$$

1 +

$$2y + 4 = 5x \qquad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

$S = 32$ ، $n = 10$ ، $\bar{x} = 283$

① صياغة الفروض الإحصائية

$H_0 : \mu = 290$ مقابل $H_1 : \mu \neq 290$ [0.5]

② نوجد المقياس الإحصائي

$\because$ σ غير معلوم ، $n \leq 30$ [0.5]

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917 \quad [1.5]$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

③ $\because \quad n = 10$

[redacted]

$\therefore \ \alpha = 0.05 \ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ [0.5]

من جدول توزيع t نجد :

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262$ [0.5]

④ منطقة القبول : $(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262 , 2.262)$ [1]

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$\because -0.6917 \in (-2.262 , 2.262)$ [0.5]

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 290$ [0.5]

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1 - 2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

a

(1) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

a

a

(2) إذا كانت الداله f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

ثانيا :في البنود $(3 - 10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

b

$(a)\ \infty$

[redacted] معلق

$(c)\ 5$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\,,b$ هما :

a

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $\qquad$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $\qquad$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الداله المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

b

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $\qquad$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\dfrac{1}{x-2}$ $\qquad$ $(d)\ k(x)=\dfrac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

d

$(a)\ 0$ $\qquad$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $\qquad$ $(d)\ 4$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م

المجال الدراسي / الرياضيات

(7) الدالة $f : f(x) = |x^2 - 1|$ [redacted] لها :

(a) قيمة صغرى مطلق [redacted] يمة عظمى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط [redacted] ليس أيا مما سبق

(a)

(8) إذا كانت الدالة $f' : f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متزايدة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(c)

(9) للدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

$(a)\ x = 0$ $\qquad$ $(b)\ x = 1$

$(c)\ y = 0$ $\qquad$ $(d)\ y = 1$

(b)

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\overline{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $3.125 =$ [redacted] ت مستوى ثقة 95% يساوي

$(a)\ -9.6$ [redacted]

$(c)\ 9.6$

(c)

إنتهت الأسئلة ،،،

$Z = $ $3.125 = \frac{(5)6}{\sigma}$ $\quad$ $\sigma = \frac{30}{3.12}$

جدول الإجابة

(1)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(2)	**(a)**	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(4)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(7)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(9)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	**(c)**	(d)

الدرجة : .... × 1.5 = ...

14

الدرجة : ....

دولـــة الـكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات		الزمن : ساعتان و 45 دقيقة		الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

تابع السؤال الأول :

(4 درجات)

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - cos\, y$ عند النقطة $A(1, 0)$

10

السؤال الثاني

(a) أوجد : (4 درجات)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

تابع السؤال الثاني :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها (6 درجات)

ورقة الرسم البياني

10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$ (4 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$

(6 درجات)

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن (6 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها n=81 ومتوسطها الحسابي هو $\overline{x} = 50$ وإنحرافها المعياري S=9 بإستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ (4 درجات)

(3) فسر فترة الثقة

معلق

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x}{|2x-3|} = \dfrac{1}{2}$

(2) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2,3]$ فإن : $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = f(-2)$

(3) إذا كانت الداله f : $f(x) = \begin{cases} x^2+2x & : x \geq 1 \\ 4x-1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو $\mathbb{R}$

ثانيا :في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ هي :

$(a)\ 0$ $(b)\ -\frac{1}{4}$

$(c)\ \frac{1}{4}$ (d) غير موجوده

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & : x \neq 0 \\ a & : x = 0 \end{cases}$ متصلة عند $x=0$
فإن a تساوي

$(a)\ 4$ $(b)\ -\frac{1}{4}$

$(c)\ -4$ $(d)\ \frac{1}{4}$

(6) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x=0$ لوجود

(a) مماس عمودي

(b) إنفصال

(c) ناب

(d) ركن

(7) إذا كانت : $y = \frac{4}{3\pi} \sin 3t - \frac{4}{5\pi} \cos 5t$ فإن $\frac{dy}{dt}$ تساوي

$(a)\ \frac{4}{\pi} \cos 3t + \frac{4}{\pi} \sin 5t$

$(b)\ \frac{4}{\pi} \sin 3t - \frac{4}{\pi} \cos 5t$

$(c)\ \frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 5t$

$(d)\ \frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 3t$

(8) عدد النقاط الحرجة للداله : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0,2)$ يساوي

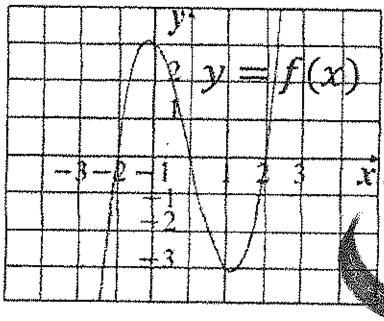
$(a)\ 0$

$(b)\ 1$

$(c)\ 2$

$(d)\ 3$

(9) إذا كان بيان الداله f ممثلا بالشكل المقابل :
فإن $f''(x) < 0$ في الفترة



معلق

$(a)\ (-\infty, 0)$

$(b)\ (0, \infty)$

$(c)\ (-1, 1)$

$(d)\ (-\infty, 1)$

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و كانت فترة الثقة هي : $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الإختبار z يمكن أن تكون :

$(a)\ 1.5$

[redacted]7

$(c)\ -1.5$

$(d)\ -2.5$

إنتهت الأسئلة ،،،

دولـــة الـكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م

المجال الدراسي : الرياضيات　　الزمن : ساعتان و 45 دقيقة　　الأسئلة في 10 صفحات

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}$$

(6 درجات)

الحل:

1	$\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}=\frac{\sqrt{x^2(1-\frac{3}{x})}}{x(1-\frac{3}{x})}=\frac{\frac{1}{2}\,\lvert x\rvert\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{\frac{1}{2}\,x(1-\frac{3}{x})}$　,　عندما $x>0$ يكون $\lvert x\rvert=x$
1	$=\frac{\frac{1}{2}\,x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})}=\frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})}\ \frac{1}{2}$
1	$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x}=1-0=1\ \frac{1}{2}\ ,1\neq0\ \frac{1}{2}$
1	$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)=1\ \frac{1}{2}\ ,\quad 1>0\ \frac{1}{2}$
0.5	$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)}=\sqrt{1}=1$
1.5	$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})}=\frac{\frac{1}{2}\,\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{\frac{1}{2}\,\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})}=\frac{1}{1}=1\ \frac{1}{2}$

تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

الحل :

(4 درجات)

	$2y = x^2 - \cos y$
2	$2y' = 2x - y'(-\sin y)$
	$2y' = 2x + y' \sin y$
	$2y' - y' \sin y = 2x$
0.5	$y'(2 - \sin y) = 2x$
0.5	$y' = \frac{2x}{2 - \sin y}$
	ميل المماس للمنحني عند النقطة $A(1,0)$ هو :
1	$m = y'\Big\|_{x=1,y=0} = \frac{2}{2-\sin 0}$
	$= 1$

أو

$2y' = 2(1) + y' \sin(0)$ ①

$2y' = 2 + 0$ $\frac{1}{2}$

$y' = 1$ $\frac{1}{2}$

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحل :

(4 درجات)

0.5	$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right)\left(\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)\right)$
0.5	$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{\cos^2 x-1}\right)$
0.5	$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{-\sin^2 x}\right)$
0.5	$= \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{-x}{\sin x}\right)(\cos x+1)\right)$
0.5	$= -\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right).\lim_{x\to 0}(\cos x+1)$
0.5 + 0.5	$= -1.\left(\lim_{x\to 0}(\cos x)+\lim_{x\to 0}(1)\right)$
0.5	$= -1(1+1)$

تابع السؤال الثاني :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها

(6 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

0.5 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (2x^3) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} (2x^3) = \infty$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

0.5 $f'(x) = 6x^2 - 6$

0.5 $f'(x) = 0$

$6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -1$

0.5 $x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$

$\therefore$ $(1, -3)$ نقطة حرجة

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$

$\therefore$ $(-1, 5)$ نقطة حرجة

نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$	-1	1 $\quad\infty$
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+ + +	− − −	+ + +
سلوك الدالة f	↗↗	↘↘	↗↗

0.5
0.5
0.5

منحنى الداله f متناقص على الفترة $(-1, 1)$

و متزايد على كلا من الفترة $(1, \infty)$ و الفترة $(-\infty, -1)$

$(-1, 5)$ نقطة عظمى محلية

$(1, -3)$ نقطة صغرى محلية

0.5 نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 12\,x$$

نضع $f''(x) = 0$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

$-\infty \qquad 0 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty\,,0)$	$(0\,,\infty)$
إشارة f''	− − −	+ + +
التقعر	مقعر لأسفل	مقعر لأعلى

0.5

0.5

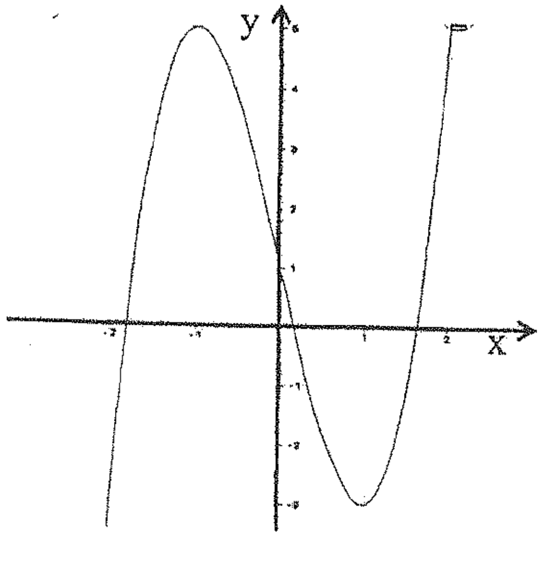
من الجدول نجد أنّ :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترة $(0\,,\infty)$ ، بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty\,,0)$

النقطة $(0{,}1)$ نقطة انعطاف

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	5	1	-3	5
	نقطة إضافيه	نقطة عظمى محليه	نقطة إنعطاف	نقطة صغرى محليه	نقطة إضافيه

1



10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$

(4 درجات)

الحل:

الحل	الدرجة
الداله f كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ ،	0.5
الداله f متصله عند $x = -1$ ......(1)	0.5
$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$	0.5
∵ الداله g داله جذرتربيعي متصله على $[0, \infty)$	1
∴ g دالة متصله عند $x = 4$ ✓ أيضا	0.5
اي أن g متصله عند $f(-1)$ ....(2) ✓	0.5
من (1) ، (2) نجد أن الدالة $g \circ f$ متصله عند $x = -1$	0.5

① (على الدرجتين 0.5 و 0.5)

حل آخر

$\frac{1}{2}$ $(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$

مجال الدالة هو $\{x : x^2 - 3x \geq 0 , x \in R\}$

$\frac{1}{2}$ $x[x - 3] \geq 0$

$\frac{1}{2}$ مجال هو $R - (0, 3)$

$+ \; + \; 0 \; - \; - \; 0 \; + \; +$

$\frac{1}{2}$ نضع $(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)}$

$h(x) = x^2 - 3x$ متصله عند $x = -1$ لانها متصله

1 على كل من $(-\infty, 0]$ و $[3, \infty)$

$\frac{1}{2}$ $h(-1) = 4 \Leftarrow h(-1) > 0$

$\frac{1}{2}$ ∴ $(g \circ f)(x)$

متصله عند $x = -1$

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

(6 درجات)

الحل :

$\because$ الدالة متصلة على $[1,4]$

$\therefore$ الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 1$, $x = 4$.

0.5 $f(4) = 4 + 1 = 5$

0.5 $f(1) = 1 + 4 = 5$

$f(x) = x + \frac{4}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

1 $f'(x) = 0$

1.5 $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Longrightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Longrightarrow x^2 = 4 \Longrightarrow x = 2$, $x = -2$

0.5 $x = -2 \notin (1,4)$

0.5 $x = 2 \in (1,4)$

0.5 $f(2) = 4$

$\therefore$ النقطة $(2,4)$ نقطة حرجة .

x	1	4	2
f(x)	5	5	4

من الجدول :

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 5

0.5 $\therefore$ 5 قيمة عظمى مطلقة .

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 4

0.5 $\therefore$ 4 قيمة صغرى مطلقة .

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة f :
$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : x<1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

(6 درجات)

الحل :

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x<1 \quad \frac{1}{2} \\ \text{نبحث} & : x=1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \quad \frac{1}{2} \end{cases}$$ 1

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2 \quad 1$$ 1

$$f_-'(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} (x+1)$$ $1\frac{1}{2}$

$$f_-'(1) = 2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \quad \frac{1}{2}$$

$$f_+'(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)} \quad \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 1^+} (\sqrt{x}+1) = \lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x\to 1^+} (1) = 1+1 = 2 \ , 2 \neq 0 \quad \frac{1}{2}$$ $1\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)} = \frac{\lim_{x\to 1^+} (2)}{\lim_{x\to 1^+} (\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f_+'(1) = 1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \quad \frac{1}{2}$$

من (1) و (2) نجد : $f_+'(1) \neq f_-'(1)$ وبالتالي $f'(1)$ غير موجودة $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{غير موجودة} & : x=1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases}$$ 1

ومنه :
$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x<1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases} \quad \frac{1}{2}$$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

جدول الإجابة

(1)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(2)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(3)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(6)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(7)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(9)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	**(d)**

الدرجة : ....

10